

# Studentaktiverande räkneövningar i energiteknik – ämnesdidaktisk projekt ht 2009

Johan Rathsman  
Institutionen för fysik och astronomi  
Uppsala Universitet

11 december 2009

## **Sammanfattning**

Forskning visar att studentaktivering är ett sätt att öka studenternas lärande och förståelse av ett material. Lillian McDermott och andra forskare vid institutionen för fysik vid universitet i Washington USA har utvecklat en metod, allmänt känd som ”Washington tutorials”, som ersätter traditionella räkneövningar. Denna rapport beskriver i korthet den vetenskapliga bakgrunden till denna metod samt applicerar den för att utveckla en studentaktiverande räkneövning i energiteknik. Förutom den resulterande räkneövning beskrivs också de överväganden och anpassningar till lokala förhållanden som gjorts samt resultatet av en första utvärdering tillsammans med preliminära slutsatser.

*Denna rapport sammanfattar ett individuellt projekt som gjorts inom den ämnesdidaktiska kursen ht 2009 vid Uppsala universitets teknisk-naturvetenskapliga fakultet. Kursen omfattade totalt två veckor varav fem dagar användes till teoretiska moment, diskussioner och övningar. Resterande tid användes för att göra individuella projekt samt redovisa dessa inför övriga deltagare. Dessutom ingick opponering på övriga deltagares projekt. Denna rapport beskriver alltså ett projekt som sammanlagt tagit fyra dagar i anspråk. Detta inkluderar inläsning av litteratur, utarbetande av den studentaktiverande räkneövningen som redovisas i rapporten samt författande av denna rapport.*

# Innehåll

<b>1</b>	<b>Bakgrund</b>	<b>4</b>
<b>2</b>	<b>Ett vetenskapligt förhållningssätt till undervisning</b>	<b>4</b>
<b>3</b>	<b>Studentaktiverande räkneövningar - Washington tutorials</b>	<b>5</b>
<b>4</b>	<b>Ämnesspecifika svårigheter</b>	<b>6</b>
<b>5</b>	<b>Överväganden och anpassning till lokala förhållanden</b>	<b>6</b>
<b>6</b>	<b>Utvärdering och slutsatser</b>	<b>7</b>
<b>A</b>	<b>Tutorial om energibevaring och homogena system</b>	<b>9</b>
A.1	Översikt för föreläsaren . . . . .	9
A.2	Förtest . . . . .	11
A.3	Arbetsblad . . . . .	12
A.4	Hemuppgift . . . . .	16

# 1 Bakgrund

Denna rapport beskriver utvecklandet av en studentaktiverande räkneövning (på engelska tutorial) för kursen energiteknik (5 hp) som ges för högskoleingenjörer i maskinteknik och elektroteknik vid Uppsala Universitet. Kursen går i första perioden på höstterminen det andra läsåret och innehåller värmelära, strömningslära och värmeöverföring. Förutom förkunskaperna från gymnasiet har studenterna läst en 5 hp kurs i mekanik och två kurser i matematik om sammanlagt 15 hp.

Inom värmeläran behandlas termodynamiken första och andra huvudsats (i korthet att energin bevaras i alla processer samt att energins kvalitet alltid minskar i spontana processer). Då studenterna är högskoleingenjörer är tonvikten på praktiska tillämpningar av värmeläran såsom turbiner, kompressorer samt värmemaskiner och kylanläggningar. I alla dessa applikationer har man ett medium som passerar genom en eller flera olika komponenter. Detta medium är typiskt vatten, ett köldmedium (freon) som R134a eller en gas som luft. Studenterna behöver därför förstå hur tillståndet för ett sådant medium kan beskrivas och hur det ändrar sig då till exempel temperatur, volym och tryck ändras. Detta inkluderar även fasövergången mellan vätska och ånga. Dessutom behöver studenterna få en förståelse för den energi som behöver tillföras/bortföras för olika processer genom värme eller arbete och hur det påverkar den inre energin för mediet.

I den första föreläsningen och räkneövningen behandlas just energibevaring inklusive begreppen värme, arbete och inre energi samt hur egenskaperna för vatten och köldmediet R134a beror av temperatur, volym och tryck. Observera att till skillnad från många fysikkurser så kommer behandlingen av ideala gaser först senare i kursen.

## 2 Ett vetenskapligt förhållningssätt till undervisning

Det finns numera en omfattande forskning om undervisning av fysik på universitetsnivå (för en översikt se till exempel [1]). Ett grundläggande kriterium för denna forskning är att den bedrivs på ett sätt som så långt som möjligt efterliknar annan fysikforskning. Det innebär bland annat att det görs kontrollerade och reproducerbara experiment som utvärderas med vanliga statistiska metoder när så är möjligt. Till skillnad från traditionell fysikforskning används också metoder såsom intervjuer för att till exempel få en bättre förståelse för hur studenter resonerar och tänker samt hur de uppfattar olika undervisningsformer.

En stor del av forskning har inriktat sig på introducerande kurser i fysik vid amerikanska universitet.<sup>1</sup> Dessa kurser är typiskt på en något lägre nivå än motsvarande kurser vid svenska universitet men resultaten från forskningen är trots allt i högsta grad relevant även för svenska förhållanden.

Ett av de grundläggande målen med forskningen är att bygga upp en gemensam erfarenhetsbas för vilka undervisningsmetoder som fungerar och varför (se till exempel [2]). I detta sammanhang är en avgörande aspekt vad vi vill att studenterna ska lära sig. Enkelt

---

<sup>1</sup>På engelska colleges, vilket närmast svara mot det svenska högskola. För enkelhets skull har jag dock använt termen universitet för institutioner med högre utbildning både i Sverige och USA.

uttryckt att förstå principer eller manipulera formler. De flesta lärare torde vara överens om att det är förståelse av principer som är det primära, men frågan är om det är det vi premierar i vår undervisning och examination.

### 3 Studentaktiverande räkneövningar - Washington tutorials

Ett av de mest grundläggande resultaten från forskningen inom fysikundervisning är behovet av att studenterna aktiveras (se till exempel [3]). Till och med termen undervisning visar på att det perspektiv som lärare traditionellt har är fel. Det intressanta är inte vad vi som lärare visar för studenterna utan vad de lär sig. Med andra ord är det studenternas lärande som måste vara i fokus.<sup>2</sup>

I traditionell undervisning kombineras föreläsningar ofta med någon form av räkneövningar där läraren typiskt visar hur olika typer av problem löses. I praktiken innebär detta i värsta fall att läraren skriver upp lösningen på tavlan och att studenterna skriver av detta utan att varken läraren eller studenterna tänker på vad de gör. Med andra ord riskerar problemlösningen att reduceras till ett närmast mekaniskt formel-manipulerande där det bara gäller att hitta *rätt* formler och sätta samman dem på *rätt sätt* för att få det sökta svaret. Det bör noteras i detta sammanhang att det enkla faktum att studenterna skriver av det läraren skriver på tavlan inte betyder att de är aktiva.

Lillian McDermott och andra forskare vid institutionen för fysik vid universitet i Washington USA har utvecklat en metod, allmänt känd som "Washington tutorials", som ersätter traditionella räkneövningar [4]. I korthet går metoden ut på att under en räkneövning får studenterna ett arbetsblad (eng. worksheet) med frågor som de ska gå igenom i små grupper om 3-4 personer under ledning av en eller två övningsledare (antalet beror på ledarnas erfarenhet). Det totala antalet studenter under ett sådant pass är ca 20-24. Avsikten med denna metod är att studenterna ska få en bättre förståelse för fysiken bakom de fysikaliska problem de studerar och inte bara lära sig lösa typtal.

Förutom arbetsbladen ingår även ett förtest som studenterna gör före räkneövningen, normalt sett på föregående föreläsning, och lämnar in till övningsledaren och hemövningar som de gör efter räkneövningen. Avsikten med förtesten är att ge övningsledaren och föreläsaren kännedom om vilka problem med förståelsen som studenterna har. Förtesten rättas därför inte och ges inte heller tillbaka till studenterna. Istället är förtesten och arbetsbladen utformade så att studenterna efter att ha gjort arbetsbladen också vet svaren till frågorna på förtestet. Hemövningarna förstärker inläringen.

Övningsledaren spelar en viktig roll i studenternas lärande. Som förberedelse gör övningsledaren förtestet och arbetsbladet på samma sätt som studenterna och tar del av studenternas resultat på förtestet. Övningsledaren ska *inte* ta del av det material som föreläsaren har tillgång till där det förklaras vilka avsikterna med de olika övningarna är och vilken typ av svårigheter som de är avsedda att hjälpa studenterna med. Under själva räkneövningen

---

<sup>2</sup>Jag har dock i denna rapport för enkelhets skull valt att använda den traditionella termen undervisning.

är det också viktigt att övningsledaren inte “föreläser” utan i stället hjälper studenterna genom att ställa konstruktiva frågor så att studenterna själva formulerar sina svar.

## 4 Ämnesspecifika svårigheter

Som redan nämnts har fokus för forskningen om fysikundervisning varit riktat mot introduktionskursen i fysik vid amerikanska universitet. För denna typ av kurser finns det därför ett stort antal arbetsblad utarbetade av McDermotts forskargrupp med tillhörande förtest och hemövningar. Det finns dock endast ett fåtal i värmelära, strömningslära och värmeöverföring som är de ämnen som ingår i kursen energiteknik. Närmare bestämt finns en tutorial som behandlar termodynamikens första huvudsats (energibevaring) och en som behandlar allmänna gaslagen ( $PV = mRT$ ).

Enligt tillgänglig forskningslitteratur är ett grundläggande problem för studenter att skilja på begreppen temperatur, värme och inre energi [5]. Till exempel att värme kan tillföras ett system utan att dess temperatur ändras. Ett annat typiskt problem är att förstå begreppet arbete i termodynamiska tillämpningar som till exempel volymändringsarbete [6] och hur det förhåller sig till begreppet värme [7]. En vanlig konsekvens av detta är att studenterna inte gör skillnad på inre energi, som är en tillståndsfunktion, gentemot värme och arbete vilka beskriver energi som överförs i en process och därmed är processberoende.

## 5 Överväganden och anpassning till lokala förhållanden

Gemensamt för de tutorials och studier som nämnts i avsnitt 4 är att de behandlar ideala gaser vilket gör att de inte är direkt tillämpbara för den studentaktiverande räkneövning som är föremålet för denna rapport. Dessutom går inte volymändringsarbetet igenom på den första föreläsningen. Trots dessa skillnader har det tillgängliga materialet från Washington-gruppen varit av stort värde för utvecklingen av “min” tutorial. Den resulterande räkneövningen finns i appendix A. Den består av fyra delar: översikt för föreläsaren, förtest, arbetsblad, och hemuppgift.

Arbetsbladet består av fyra olika delar: trycket i en kolv-cylinder-apparat, överhettad ånga, fuktiga området, och förångning. Av dessa är den första mer eller mindre en direkt översättning av en del av Washingtongruppens tutorial om allmänna gaslagen. Det finns i huvudsak två anledningar för detta något oortodoxa förfarande. Å ena sidan ger detta en konkret bild av hur en tutorial är uppbyggd i originalversionen. Å andra sidan gav själva översättningsarbetet mig en fördjupad inblick i hur man gradvis bygger upp en övning. När det gäller övriga delar är dessa inspirerade av Washingtongruppens material när det gäller vilken typ av frågor som är lämpliga att ställa men i övrigt omarbetade för att ta hänsyn till att “min” tutorial inte behandlar ideala gaser utan istället köldmediet R134a. Detsamma gäller för förtestet. De tre ytterligare delarna har valts så att de beskriver processer med konstant tryck, konstant temperatur respektive konstant volym.

Om man jämför med Washingtongruppens arbetsblad så är deras övningar mer kvalitativa. Detta beror till stor del på att man är tvungen att använda tabeller för att ta reda på köldmediets tillståndsfunktion. För en ideal gas däremot vet man till exempel

att allmänna gaslagen gäller och att inre energin är proportionell mot temperaturen. Jag har dock konstruerat övningarna så att man så långt som möjligt kan göra kvalitativa överväganden (detta gäller särskilt förtestet). Till exempel vet man att i det fuktiga området, där man har en blandning av vätskefas och ångfas, är volymen och inre energin proportionell mot ånghalten vid konstant tryck. Dessutom gäller i det fuktiga området att trycket samvarierar med temperaturen så att om den ena hålls konstant så är den andra också det. Samtidigt är det ett viktigt delmoment i kursen att studenterna lär sig använda de olika tabeller som finns och för vilken fas de gäller.

När det gäller hemuppgiften har jag inte hunnit med att utveckla någon sådan. Detta har inte heller känts så angeläget då kursen redan idag har inlämningsuppgifter.

## 6 Utvärdering och slutsatser

För att utvärdera räkneövningen har jag konsulterat min kollega Johan Nyberg som också har föreläst på kursen samt även haft räkneövningar. Dessutom har Peter Andersson, som tidigare har rättat inlämningsuppgifter i kursen, gått igenom en preliminär version av arbetsbladet.

Överlag var båda utvärderarna positiva till materialet och framhöll att studenterna nog skulle lära sig mycket av att gå igenom det.

I utvärderingen av arbetsbladet framkom bland annat följande:

- övningen är i längsta laget,
- den första delen med trycket i en kolv-cylinder-apparat är lite vid sidan av de övriga och behandlar mer mekanik än värmelära, dessutom kan det vara förvirrande att den inte tar hänsyn till tryckets djupberoende i en fluid (vätska eller gas),
- det tar mycket tid att rita in kondenserings- och mättnadskurvorna men samtidigt är det väldigt lärorikt.

Dessutom framkom följande synpunkter på arbetsbladet som har åtgärdats

- i den andra delen är det förvirrande om man efterfrågar hur läges- och rörelseenergin förändras,<sup>3</sup>
- i den andra och tredje delen bör det framgå att kolven i kolv-cylinder-apparaten kan antas röra sig friktionslöst.

---

<sup>3</sup>I energiteknikkursen används begreppet lägesenergi. Enligt aktuell forskning kan detta vara förvirrande för studenterna [8]. I stället bör man använda potentiell energi mellan två kroppar. Detta innebär att man förutom det system som är av primärt intresse, som till exempel vattnet som passerar in i eller ut ur en pumpanläggning, måste man även inkludera jorden för att ta hänsyn till att den potentiella energin mellan vattnet och jorden ändras då det pumpas upp till en högre höjd. Personligen tror jag dock att detta snarare skulle vara till men för studenternas förståelse i energiteknikkursen.

Mina personliga slutsatser är att denna typ av studentaktiverande räkneövningar nog kan vara mycket värdefulla för studenternas lärande. Även för mig som lärare har utarbetandet av övningarna fått mig att tänka efter vad som är de grundläggande sambanden i detta moment av kursen. Ett möjligt problem är dock att man som entusiastisk lärare stoppar in allt för mycket stoff i samma övning. Ett sätt att åtgärda detta vore att helt enkelt utelämna den första delen av arbetsbladet. En annan möjlighet vore att utelämna den del där studenterna ska rita in kondenserings- och mättnadskurvor alternativt att de finns inritade redan från början. Trots att övningarna är väldigt omfattande finns det också några grundläggande saker som saknas. Dit hör till exempel vikten av att identifiera ett lämpligt system samt skillnaden mellan volym och volymitet samt inre energi och inre energitäthet. Dessutom finns ett behov av att omarbeta inlämningsuppgifterna så att de bättre reflekterar den förståelse som betonas i övningarna. Detsamma gäller också tentamensfrågorna. Slutligen borde räkneövningen testas på en mindre skara studenter som därefter intervjuas innan den används i skarpt läge.

## Tack

Tack till Peter Andersson och Johan Nyberg för värdefulla kommentarer.

## Referenser

- [1] Lillian C. McDermott and Edward F. Redish, “Resource Letter: PER-1: Physics Education Research”, *Am. J. Phys.* 67 (1999) 755
- [2] Edward F. Redish, “Millikan Lecture 1998: Building a Science of Teaching Physics”, *Am. J. Phys.* 67 (1999) 562
- [3] Lillian C. McDermott, “Guest comment: How we teach and how students learn – A mismatch?”, *Am. J. Phys.* 61 (1993) 4
- [4] Lillian C. McDermott, Peter S. Shaffer and the Physics Education Group, Department of Physics, University of Washington: “Tutorials in Introductory Physics”, “Instructor’s Guide for Tutorials in Introductory Physics”, “Tutorials in Introductory Physics Homework”, First edition, Prentice Hall
- [5] Christian H. Kautz, Paula R. L. Heron, Michael E. Loverude, and Lillian C. McDermott, “Student understanding of the ideal gas law, Part I: A macroscopic perspective”, *Am. J. Phys.* 73 (2005) 1055
- [6] Michael E. Loverude, Christian H. Kautz, and Paula R. L. Heron, “Student understanding of the first law of thermodynamics: Relating work to the adiabatic compression of an ideal gas”, *Am. J. Phys.* 70 (2002) 137
- [7] David E. Meltzer, “Investigation of students’ reasoning regarding heat, work, and the first law of thermodynamics in an introductory calculus-based general physics course”, *Am. J. Phys.* 72 (2004) 1432
- [8] Lin Ding, “Designing an Energy Assessment to Evaluate Student Understanding of Energy topics”, PhD thesis, North Carolina State University

# A Tutorial om energibevaring och homogena system

Denna tutorial är utvecklad för den första räkneövningen på kursen energiteknik (5 hp) som ges för högskoleingenjörer i maskinteknik och elektroteknik vid Uppsala Universitet.

## A.1 Översikt för föreläsaren

### *Målsättning*

Studenterna ska förstå hur tillståndet för ett medium som vatten eller R134a kan beskrivas med hjälp av tabeller och hur det ändrar sig då till exempel temperatur, volym och tryck ändras. Detta inkluderar även fasövergången mellan vätska och ånga. Dessutom ska studenterna få en förståelse för den energi som behöver tillföras/bortföras för olika processer genom värme eller arbete och hur det påverkar den inre energin för mediet.

### *Förkunskaper*

Uppgifterna förutsätter att studenterna har haft föreläsningar om energibevaring inklusive begreppen värme, arbete och inre energi samt hur egenskaperna för vatten och köldmediet R134a beror av temperatur, volym och tryck.

## Förtest

Den första delen av förtestet testar studenternas förmåga att relatera de yttre krafterna på en fluid till trycket i fluiden, deras förståelse för temperaturens och tryckets samvarians i det fuktiga området, samt att volymen och den inre energin ökar med ånghalten i detta område vid konstant tryck. Den andra delen testar förståelsen av processer med konstant volym och relationen mellan tillförd värme och ökningen av inre energi för en sådan process.

## Arbetsblad

I den första delen leds studenterna till insikt om att en rörlig kolv kan användas för att kontrollera trycket i en behållare. Studenterna betraktar en fluid i en cylinder som sluts av en kolv med massan  $M$  som kan röra sig utan friktion mot cylinderväggarna. Genom att rita ett kraftdiagram för kolven leds studenterna till att inse att trycket i kolv-cylinderapparatens är större än atmosfärstrycket och att skillnaden bestäms av kolvens massa och area.

I den andra delen får studenterna applicera sitt resultat att trycket i en kolv-cylinderapparat bestäms av kolvens massa och area. De leds till inse att trycket är konstant trots att temperaturen och volymen ökar. De får också applicera energibevaring på processen och leds till att förstå sambandet mellan tillförd värme, utfört volymändringsarbete och ändring i inre energi. De får dessutom öva i att använda tabeller för att bestämma en fluids tillstånd samt rita in processen i ett  $Tv$ - och ett  $Pv$ -diagram tillsammans med kondenseringskurvan. Många studenter har svårt att koppla ihop den information som finns i tabellerna med motsvarande information i ett diagram, särskilt kondenseringskurvas läge och betydelse.

I den tredje delen får studenterna göra motsvarande övningar som i del 2 fast för en process med konstant temperatur. De leds att inse att om trycket är konstant i det fuktiga området så är temperaturen också det samt att volymen och den inre energin ökar med ånghalten. Dessutom ställs de inför den vanliga missuppfattningen att överföring av värme automatiskt medför en temperaturförändring. Slutligen får de rita in processen i  $Tu$ - och  $Pu$ -diagram tillsammans med mätnadskurvan.

I den fjärde delen leds studenterna att förstå processer med konstant volym på liknande sätt som i del 2 och 3.

## Hemuppgift

## A.2 Förtest

### 1.

Betrakta en kolv-cylinder-apparat fylld med köldmediet R134a. Kolven kan röra sig fritt upp och ner utan friktion och den sluter tätt så att varken köldmediet i cylindern eller luften utanför kan passera.

I ursprungstillståndet befinner sig köldmediet i det fuktiga området. Därefter tillförs värme till köldmediet så att ånghalten ökar tills dess att kondenseringskurvan nås och ånghalten blir 1.

a) Kommer trycket för köldmediet att *öka*, *minska* eller *vara oförändrat*? Motivera ditt svar.

b) Kommer temperaturen för köldmediet att *öka*, *minska* eller *vara oförändrad*? Motivera ditt svar.

c) Kommer volymen för köldmediet att *öka*, *minska* eller *vara oförändrad*? Motivera ditt svar.

d) Kommer den inre energin för köldmediet att *öka*, *minska* eller *vara oförändrad*? Motivera ditt svar.

### 2.

Betrakta en kolv-cylinder-apparat fylld med köldmediet R134a fast med kolven låst i sitt läge. I ursprungstillståndet befinner sig köldmediet i termisk jämvikt med ett is-vattenbad.

Därefter placeras kolv-cylinder-apparaten i en behållare med kokande vatten. Temperaturskillnaden gör att värme överförs från det kokande vattnet till köldmediet tills dess att termisk jämvikt uppnåtts.

a) Kommer temperaturen för köldmediet att *öka*, *minska* eller *vara oförändrad*? Motivera ditt svar.

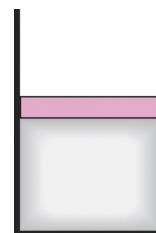
b) Kommer volymen för köldmediet att *öka*, *minska* eller *vara oförändrad*? Motivera ditt svar.

c) I processen varken tillförs eller bortförs något arbete och ändringarna i rörelse- och lägesenergi är försumbara. Kommer den inre energin att *öka mer*, *mindre* eller *lika mycket* som den värme som tillförs köldmediet? Motivera ditt svar.

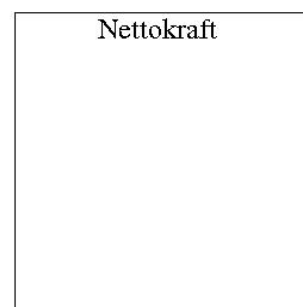
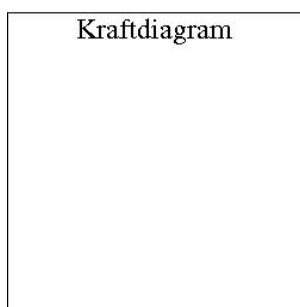
## A.3 Arbetsblad

### 1. Tryck

Betrakta en kolv-cylinder-apparat enligt figuren fylld med köldmediet R134a. Atmosfärstrycket utanför apparaten är  $P_{\text{atm}} = 100 \text{ kPa}$ , kolvens area är  $A = 0.0030 \text{ m}^2$  och dess massa  $M = 45.9 \text{ kg}$ . Kolven kan röra sig fritt upp och ner utan friktion och den sluter tätt så att varken köldmediet i cylindern eller luften utanför kan passera. Kolven är i vila.



a) Rita in alla de krafter som verkar på kolven i avsedd ruta. Ange för varje kraft vilken sorts kraft det är och dess ursprung.



b) Rita en pil som visar riktningen för nettokraften på kolven i avsedd ruta. Om nettokraften är noll ange detta.

c) Är kraften på kolven från köldmediet inne i cylindern *större än*, *mindre än* eller *lika med* kraften på kolven från den omgivande luften? Motivera.

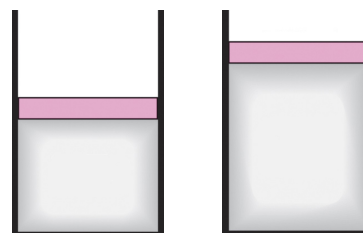
Skriv ner en ekvation som beskriver sambandet mellan alla krafter på kolven.

d) Är köldmediets tryck *större än*, *mindre än* eller *lika med* atmosfärstrycket? Motivera.

Härled ett uttryck för köldmediets tryck i de givna storheterna. (Ledning: Vilken av krafterna som verkar på kolven kan du använda för att få fram köldmediets tryck?)

e) Betrakta en ytterliggare kolv-cylinder-apparat med samma egenskaper som den första som också är fylld med köldmediet R134a enligt figuren längst till höger.

Är trycket i den andra kolv-cylinder-apparaten *större än*, *mindre än* eller *lika med* trycket i den första? Om det inte är möjligt att svara på frågan med den givna informationen så ange detta. Motivera.



⇒ Kontrollera dina svar med läraren innan du fortsätter.

## 2. Överhettad ånga

Betrakta en friktionslös kolv-cylinder-apparat fylld med 0.1 kg av köldmediet R134a med trycket 0.28 MPa. I ursprungstillståndet är den i termisk jämvikt med ett is-vatten-bad. Trycket, temperaturen och volymen är då  $P_1$ ,  $T_1$  respektive  $V_1$ .

Kolv-cylinder-apparaten placeras sedan i en behållare med kokande vatten. Efter att termisk jämvikt uppnåtts ges trycket, temperaturen och volymen av  $P_2$ ,  $T_2$  respektive  $V_2$ .

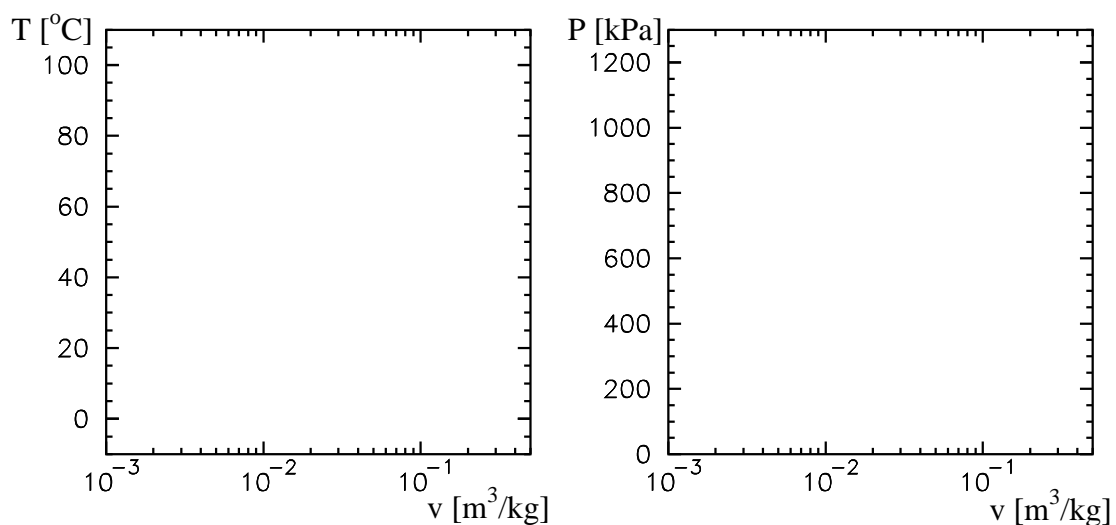
a) Kommer följande tillståndsstorheter för köldmediet att *öka*, *minska* eller *vara oförändrade*? Motivera. Använd tabell A-13 vid behov.

- temperaturen
- trycket
- volymen
- inre energin

b) För ett slutet system gäller energibalansen  $E_{\text{in}} - E_{\text{ut}} = \Delta E_{\text{system}}$ . För en process från 1 till 2 gäller alltså att  $Q_{\text{in}} - Q_{\text{ut}} + W_{\text{in}} - W_{\text{ut}} = U_2 - U_1 + m(V_2^2 - V_1^2)/2 + mg(z_2 - z_1)$  där  $W_{\text{ut}}$  är detsamma som det arbete som systemet utför.

Antag att det arbete som köldmediet utför under processen är 0.925 kJ och att ändringarna i rörelse- och lägesenergi är försumbara. Beräkna hur mycket värme som tillförs köldmediet under uppvärmningen.

c) Rita in processen tillsammans med kondenseringskurvan i de givna  $Tv$ -,  $Pv$ -diagrammen. (Använd tabell A-11, A-12 för kondenseringskurvan.)



⇒ Kontrollera dina svar med läraren innan du fortsätter.

### 3. Fuktiga området

Betrakta en friktionslös kolv-cylinder-apparat fylld med 0.1 kg av köldmediet R134a med temperaturen 20 °C. Ånghalten i begynnelsestillståndet är  $x_1 = 0.1$  och trycket, temperaturen och volymen är  $P_1$ ,  $T_1$  respektive  $V_1$ .

Därefter tillförs värme till köldmediet tills dess att ånghalten blir  $x_2 = 0.9$ . Trycket, temperaturen och volymen är då  $P_2$ ,  $T_2$  respektive  $V_2$ .

a) Kommer följande tillståndsstorheter för köldmediet att *öka*, *minska* eller *vara oförändrade*? Motivera. Använd tabell A-11 vid behov.

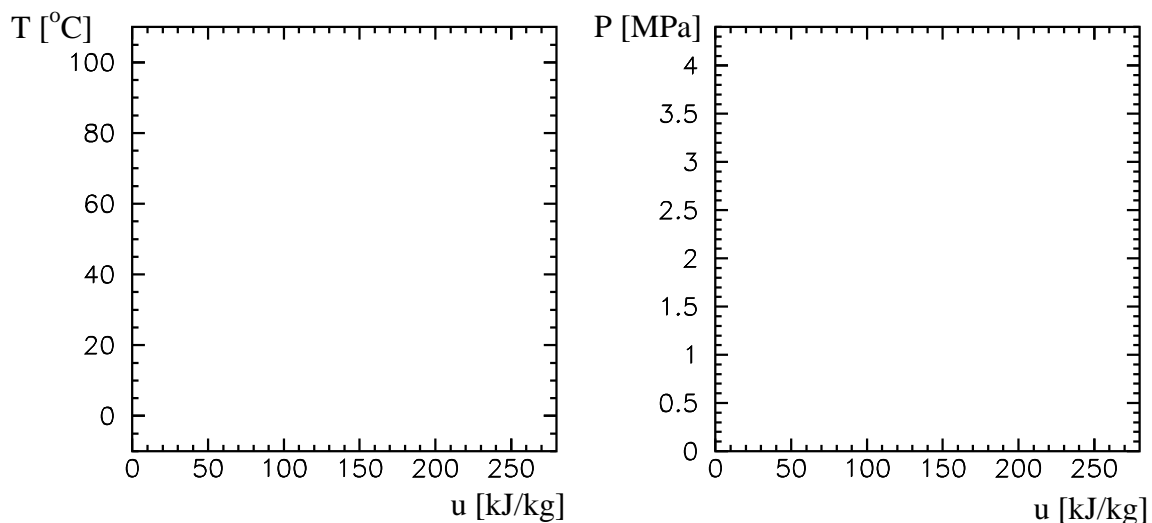
- temperaturen
- trycket
- volymen
- inre energin

b) Använd tabell A-11 för att bestämma trycket för köldmediet före och efter uppvärmningen.

c) Beräkna hur mycket den inre energin ändras med hjälp av tabell A-11.

d) En student betraktar processen i del 3 och jämför med processen i del 2. "Temperaturen ändrar sig inte i processen i del 3 - alltså måste den tillförda värmen vara noll". Håller du med studenten? Motivera. (Ledning: det arbete som köldmediet utför under processen i del 3 är 1.61 kJ)

e) Rita in processen tillsammans med mättnadskurvan i de givna  $Tu$ - och  $Pu$ -diagrammen. (Använd tabell A-11, A-12 för mättnadskurvan samt att den kritiska punkten är vid  $T \approx 100$  °C,  $P \approx 4$  MPa och  $u \approx 235$  kJ/kg.)



⇒ Kontrollera dina svar med läraren innan du fortsätter.

#### 4. Förångning

Betrakta en kolv-cylinder-apparat fylld med 0.1 kg av köldmediet R134a med trycket 450 kPa. Ånghalten i begynnelsestillståndet är  $x_1 = 0.48$  och trycket, temperaturen och volymen är  $P_1$ ,  $T_1$  respektive  $V_1$ . Därefter låses kolvens läge så att den *ej* kan flytta sig.

Kolv-cylinder-apparaten placeras sedan i en behållare med kokande vatten. Efter att termisk jämvikt uppnåtts ges ånghalten, trycket, temperaturen och volymen av  $x_2$ ,  $P_2$ ,  $T_2$  respektive  $V_2$ .

a) Kommer följande tillståndsstorheter för köldmediet att *öka*, *minska* eller *vara oförändrade*? Motivera. Använd tabell A-12 vid behov.

- temperaturen
- volymen
- ånghalten

b) Bestäm volymiteten före och efter uppvärmningen med hjälp av tabell A-12.

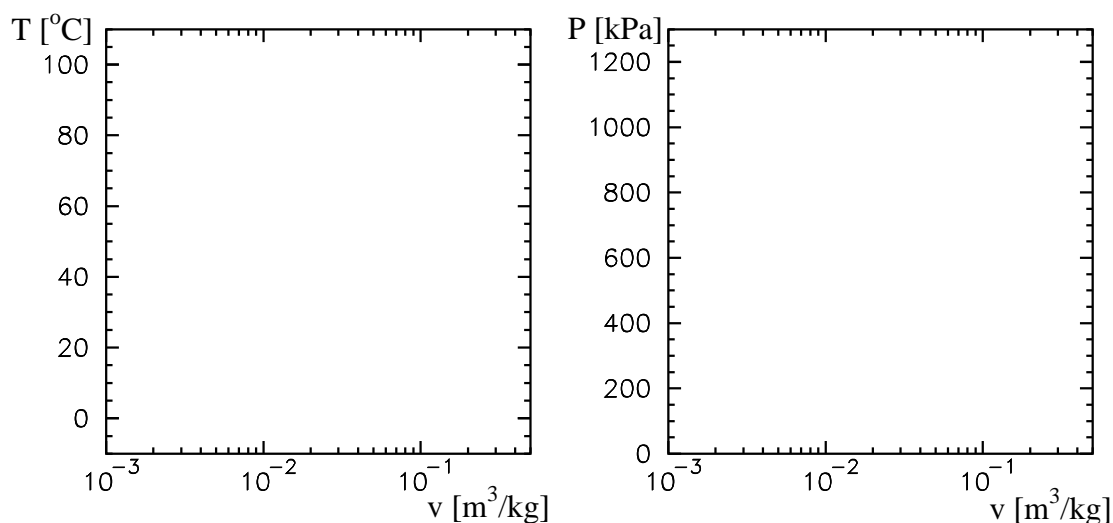
c) Vilken fas befinner sig köldmediet i efter uppvärmningen? Motivera.

d) Bestäm följande före och efter uppvärmningen med hjälp av tabell A-12 och A-13.

- trycket
- inre energitätheten

e) Antag att köldmediet varken tillförs eller bortförs något arbete under processen och att ändringarna i läges- och rörelseenergi är försumbara. Hur mycket värme bortförs eller tillförs köldmediet då för uppvärmningen? Motivera.

f) Rita in processen tillsammans med kondenseringskurvan i de givna  $Tv$ -,  $Pv$ -diagrammen. (Observera att kondenseringskurvan är densamma som i del 2.)



⇒ Kontrollera dina svar med läraren innan du fortsätter.

## A.4 Hemuppgift